



1. PREÂMBULO

A palestra pretende explicitar habilidades da BNCC relacionadas à percepção de padrões, aspecto essencial no desenvolvimento da cognição matemática. Sem dúvida a BNCC explicita um sem-número de habilidades extremamente relevantes para o desenvolvimento da cognição matemática. A questão, entretanto, para nós, professores, é: “ótimo, mas como desenvolvê-las?”.

Apresentaremos, pois algumas ideias e estratégias de abordagem para diversas dessas habilidades – seja no campo da *contagem*, no *campo* aditivo ou no *campo* multiplicativo, como sugestões para nosso trabalho do dia-a-dia.

No endereço

https://drive.google.com/drive/folders/1SKI_bWO2D07-1Z7apQX4Osp96sDQQMQL?usp=sharing

estão armazenados arquivos utilizados pelo autor nessa e nas demais palestras por ele apresentadas no PAPMEM:

- jul/2022** – **BNCC: a importância da análise de padrões geométricos e aritméticos no desenvolvimento da cognição matemática.**
- jan/2022** – *Ferramentas Digitais - mudança de paradigma no ensino-aprendizagem?*
- jul/2021** – *Descartes discute relação com a BNCC*
- jan/2021** – *Pensamento Multiplicativo e a BNCC*
- jan/2020** – *Oficinas para o Ensino Fundamental*
- jul/2019** – *Uso de Planilhas no Ensino Médio (parte 2)*
- jan/2019** – *Uso de Planilhas no Ensino Médio (parte 1)*

Lembramos que os vídeos de todas as palestras do PAPMEM são encontrados na playlist do IMPA, no *Youtube*:

<https://impa.br/videos/#ProgramadeAperfeiçoamentoparaProfessoresdeMatematicadoEnsinoMedio>.

Outras palestras/vídeos do autor podem ser encontrados em [Carlos Nehab - YouTube](#)

2. SENSO NUMÉRICO

O conceito de *senso numérico*, especialmente elaborado pelo neurocientista e matemático Stanislas Dehaene – veja https://pt.wikipedia.org/wiki/Stanislas_Dehaene, é um momento de inflexão no entendimento de como se processa o pensamento numérico. Seu livro – *O Senso Numérico*, publicado em 1993, e com edição revista em 2011, aborda inúmeros fatos relevantes relacionados à *formação do pensamento matemático*.

Uma de suas mais interessantes contribuições é, sem dúvida, a confirmação da imensa correlação entre a *cognição geométrica* e a *numerácia*.

Não obstante, é curioso perceber que a maioria dos livros didáticos atuais apresentam sim, diversas estratégias com apoio *visual* (digamos assim), mas como se fossem curiosidades ou truques, sem se aperceberem de seu imenso poder para o desenvolvimento da cognição matemática. Ou seja, uma completa inversão de estratégia, pois o *concreto*, ou seja, o visual, o geométrico é, sem dúvida, o caminho apropriado para a atingirmos o pensamento *abstrato*!

Já nas olimpíadas matemáticas para as classes iniciais, em geral, e há bastante tempo, a grande maioria das questões são claramente relacionadas à contagem e à chamada rotação espacial, conceito relacionado a capacidade de percepção de operações sobre figuras planas ou espaciais – translações, simetrias, rotações, inversão de cores etc. Seria mero acaso? Consulte qualquer prova da OBMEP ou da Canguru!

Há inúmeros livros que desenvolvem de forma bastante pragmática e visual, estratégias que facilitam o desenvolvimento da cognição matemática. Cito dois exemplos que se complementam:

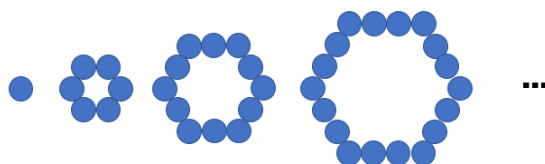
- o clássico *Proofs without words – exercises in visual thinking*, do Roger B. Nelsen, que aborda con-teúdos mais relacionados ao *Ensino Médio* do que do *Ensino fundamental*, e que pode ser encontrado em https://moodle.tau.ac.il/2018/pluginfile.php/403616/mod_resource/content/1/Nelsen%201993%20Proofs%20without%20Words.pdf
- e o livro *Conversas Numéricas: estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da matemática*, de Cathy Humphreys e Ruth Parker ilustra, com maestria, o verdadeiro *espírito da coisa* – ou seja, o efetivo desenvolvimento do pensamento matemático das séries iniciais! Claro, entendamos, aqui, a palavra “*profunda*” no sentido da *apreensão*, efetivamente profunda, do senso numérico envolvido. Veja em https://books.google.pt/books?id=86WXdWAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

É um equívoco imaginar que o tratamento mais figurativo de diversos conceitos e operações com os objetos da matemática deve ser limitado aos anos iniciais da educação escolar. Os professores que trabalham com o final do Ensino Fundamental ou o *Ensino Médio* se deparam com a imensa dificuldade dos alunos no desenvolvimento do *senso numérico*.

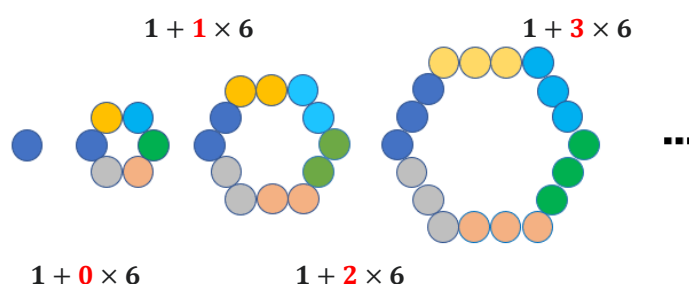
Por exemplo, mesmo no Ensino Médio, como seus alunos resolvem operações banais do campo aditivo e multiplicativo, como as que se seguem?

- $97 + 16$ (*emprestando* 3 para o 97... e somando 13) – e mais, tendo consciência das propriedades operatórias envolvidas?
- 32×12 (usando intuitivamente a distributividade! $360 + 24...$)

E quantos são capazes de perceber – de forma criativa, uma recorrência para a contagem da quantidade de moedas na sucessão geométrica a seguir?



Por exemplo, perceber a contagem sucessiva como indicado...



Pressupõe-se, equivocadamente, que os alunos já dispõem de maturidade matemática adequada e, por vezes, se abandonam estratégias essenciais do *pensar matemático*, em detrimento de regras e de fórmulas e mais e fórmulas que mascaram, muitas vezes, a verdadeira essência do pensamento subjacente ao conteúdo apresentado.

E, com a premissa de que o pensamento abstrato já está posto, nossos alunos, naturalmente, externam desinteresse e imensa dificuldade de aprendizagem. É essa a realidade que já experimentamos a partir mesmo do 4º ano... Naturalmente, que, no ensino médio, a tragédia já está consumada.

Em síntese, conforme já sugerido em palestra anterior (PAPMEM *jul/2021*) – **Descartes discute relação com a BNCC**, preferimos dar ênfase máxima à quinta habilidade geral da matemática da BNCC – o eixo da *semiótica*, ou seja,

Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

E sem dúvida, o uso intensivo de manipuláveis e materiais complementares, preferencialmente com apelo figurativo, é um dos caminhos fundamentais para ajudarmos nossos alunos.

3. ALGUNS MANIPULÁVEIS, MATERIAIS E IDEIAS ...

A percepção de padrões é já percebida pelas crianças ainda na pré-escola, quando da descoberta da contagem. A formação de grupos e a posterior representação decimal, bem como o desenvolvimento do campo aditivo são *formalmente* abordados nos anos iniciais, e através de inúmeras habilidades exigidas na BNCC.

Seguem-se alguns manipuláveis e estratégias extremamente úteis para o desenvolvimento das habilidades de contagem, de representação dos números e dos campos aditivo e multiplicativo.

Tais artefatos são especialmente importantes para os professores que ainda não tiveram experiência com os anos iniciais, para uma oportunidade de contato com tais recursos.

3.1 Barras de Cuisenaire

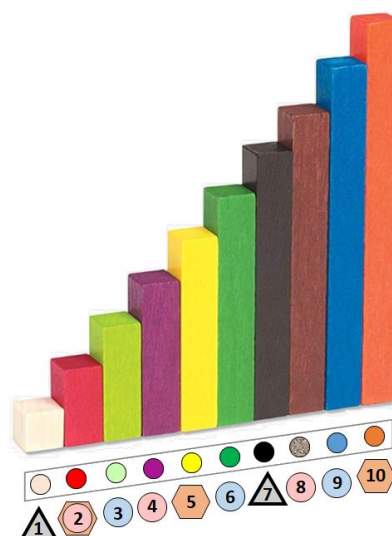
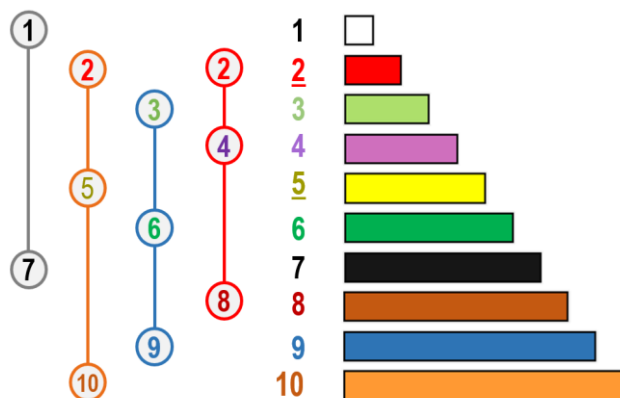
As *Barras de Cuisenaire*, criadas pelo professor *Georges Cuisenaire* (1891-1976) e, posteriormente, disseminadas pelo professor *Caleb Gattegno* (1911-1988). São constituídas de barras de madeira coloridas, de comprimentos inteiros de 1 cm a 10 cm (em algumas variantes, até 12 cm).

Veja em https://www.rtf.be/info/regions/detail_thuin-une-expo-consacree-a-l-inventeur-des-nombres-en-couleurs?id=8091766



Note, com relação ao padrão de cores adotado, que:

- as barras **2**, **4** e **8** 'possuem' vermelho: são coloridas em **vermelho**, **violeta** e **marrom**;
- as barras **3**, **6** e **9** 'possuem' azul: são coloridas em **verde claro**, **verde escuro** e **azul**;
- a barra **5** é **amarela** e a barra **7** é **preta**;
- finalmente, a barra **10** = 2×5 é **laranja**, uma composição do amarelo (5) com o vermelho (2).



De fato não encontrei nenhum artigo ou texto que corroborasse que Cuisenaire tenha, de fato, pensado nas cores escolhidas dessa forma, mas foi divertido imaginar que sim... Para uma abordagem interessante sobre a *aritmética* das cores, veja <https://terpconnect.umd.edu/~toh/ColorLesson/>.

O poder das *Barras de Cuisenaire* é extraordinário. O desenvolvimento dos processos de contagem, a compreensão de partição (decomposição aditiva) de inteiros, e as operações de adição e subtração, bem como o conceito intuitivo de frações e a escrita de expressões aritméticas é inacreditavelmente acelerado. Veja, como exemplo, os vídeos a seguir:

Introdução (Gategno)

<https://www.youtube.com/watch?v=Kw94gmzRrOY&t=985s>
<https://www.youtube.com/watch?v=sbsPK3LXLVc>
<https://www.youtube.com/watch?v=7G-AOzMwjel>
<https://www.youtube.com/watch?v=ZqWozw-Dung>
<https://www.youtube.com/watch?v=74AoYQG2NPs>

Contando até 10 e decompondo... (Ronit Bird)

<https://www.youtube.com/watch?v=jl-FhxDXaRQ>
<https://www.youtube.com/watch?v=2MTahFSEZDM>
<https://www.youtube.com/watch?v=Y5QsBxBXe04>

Preliminares (Isabelle Goulard)

https://www.youtube.com/watch?v=QEBaoiYVhPM&list=PLiCshNFAxZYT15kHLL_sHCUfQbqoH-Kmp

Adição e Subtração (Playlist de Salomon Diaz)

<https://www.youtube.com/watch?v=xAjqM4aLsLk>
<https://www.youtube.com/watch?v=BUXpV2Wjb-U>
<https://www.youtube.com/watch?v=3UrJeVMdnUY>
https://www.youtube.com/watch?v=WfICcno_Wk8
<https://www.youtube.com/watch?v=lzkvoQfEwv8>

Adição (Mathews Malina)

<https://www.youtube.com/watch?v=IYR7Na7mC30>

Frações

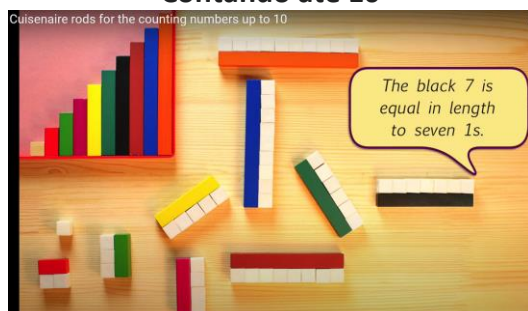
<https://www.youtube.com/watch?v=W4ZcAwdAUd4>
https://www.youtube.com/watch?v=tP_iAZMI0fY

Expressões (Gategno)

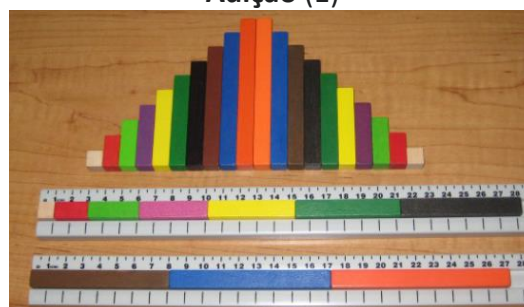
<https://www.youtube.com/watch?v=LR6cqDAJcVc&t=274s>

Veja algumas imagens extraídas de alguns dos vídeos, que falam falam por si só:

Contando até 10



Adição (1)



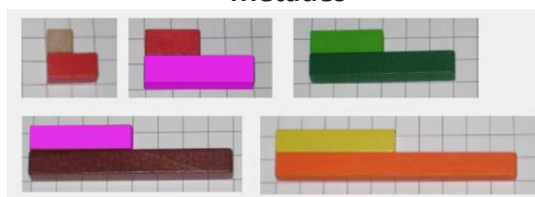
Adição (2)



Adição (3)

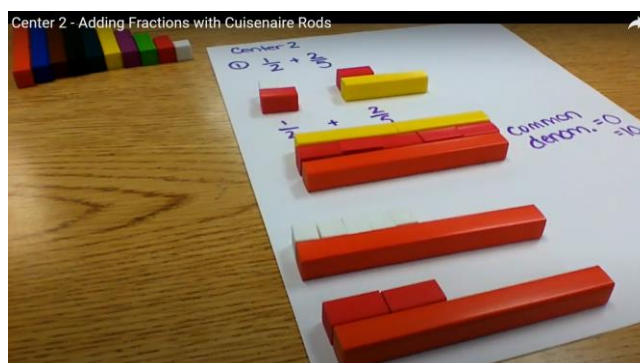


Metades

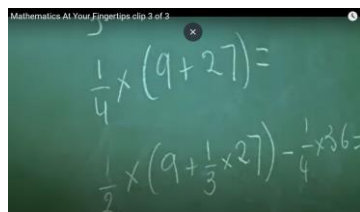


Ressaltamos, mais uma vez, que o uso das *Barras de Cuisenaire* extremamente útil para a bordagem do conceito de fração bem como na escrita de expressões aritméticas sofisticadas. Veja os vídeos sugeridos.

Frações...



Cálculo de expressões...



Mathematics At Your Fingertips clip 3 of 3

$$\frac{1}{4} \times (9 + 27) =$$
$$\frac{1}{2} \times (9 + \frac{1}{3} \times 27) - \frac{1}{4} \times 36 =$$



Mathematics At Your Fingertips clip 3 of 3

Pressione [Esc] para sair do modo tela cheia

$$\frac{1}{2} \times (36 - 18) = 9$$



Mathematics At Your Fingertips clip 3 of 3

$$\frac{1}{2} \times (36 - 18) = 9$$
$$\frac{1}{4} \times (18 + 9) =$$

3.2. Material Dourado

O **Material Dourado** foi originalmente concebido pela médica/pedagoga Maria Montessori (1870-1952):

Veja em:

- https://pt.wikipedia.org/wiki/Maria_Montessori ou
- no link da **Coleção Educadores – MEC**, em <http://www.dominiopublico.gov.br/>, onde há a bibliografia de 61 pensadores relevantes da educação (há em pdf e também pode ser obtido em livros impressos).

O **Material Dourado**, o mais famoso das dezenas de artefatos criados por *Montessori*, é especialmente útil para desenvolver a *representação decimal* e a compreensão das operações básicas de *adição e subtração*. Há várias versões, com formatos de composição de esferas ou cubinhos (busque '*golden material, Montessori*' – é mais rica a pesquisa em inglês do que em português).



Nessa versão, naturalmente, os *cubinhos* representam *unidades*; as *barras*, as *dezenas*; a *placa*, representa a centena e, o *cubão*, o milhar (note que podemos adaptar facilmente o material para o ensino da representação em outras bases de numeração)...

Consulte, por exemplo, a plataforma

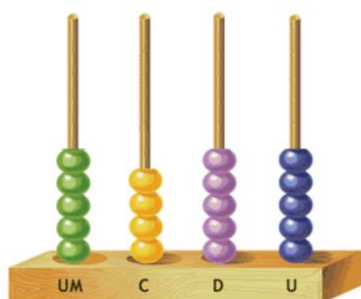
<http://www.infomontessori.com/mathematics/introduction.htm>

3.3 Ábacos

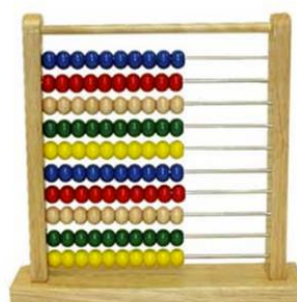
Ábacos são, essencialmente, artefatos de contagem e de cálculo aritmético. Mas sem dúvida, são extremamente úteis como metáforas concretas para a representação dos números e para as operações iniciais. Deixamos a seu cargo, professor, a análise dos diversos usos desses artefatos.

Particularmente, utilizo, como desafio, já partir do 3º ano, o ábaco chinês para desenvolver a representação alternativa dos números e a operação de adição. Claro as crianças vão descobrindo as *mágicas*... a partir de pequenas dicas...

Ábaco de *Pinos*



Ábaco *Decimal* (



Ábaco Chinês (suan-pan)



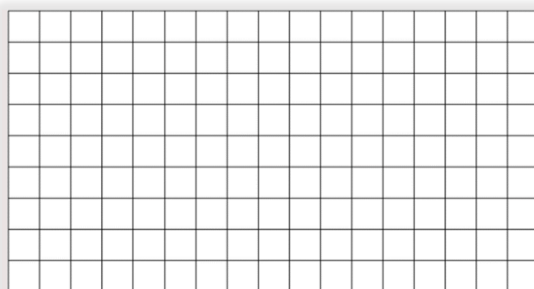
Ábaco Japonês (soroban)



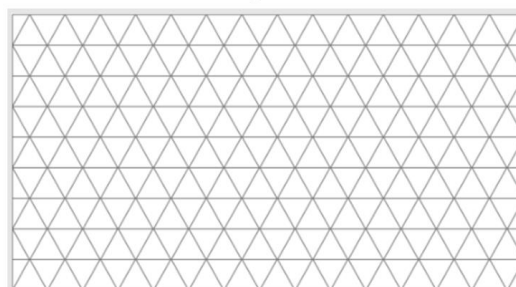
3.4. Reticulados

Os reticulados, especialmente o *quadriculado* e o *triangulado* são, indiscutivelmente, uma das ferramentas mais poderosas para o desenvolvimento de inúmeros *campos*, conforme será ilustrado na aula gravada. Seguem-se algumas das imagens a serem abordadas.

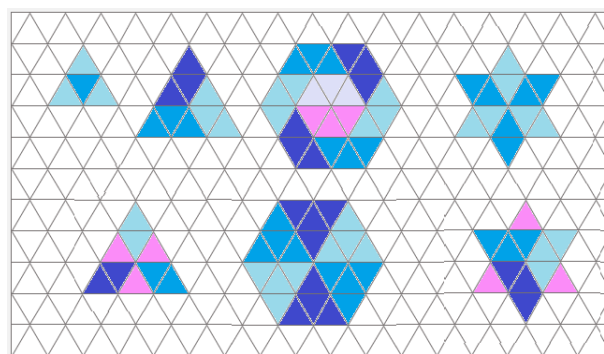
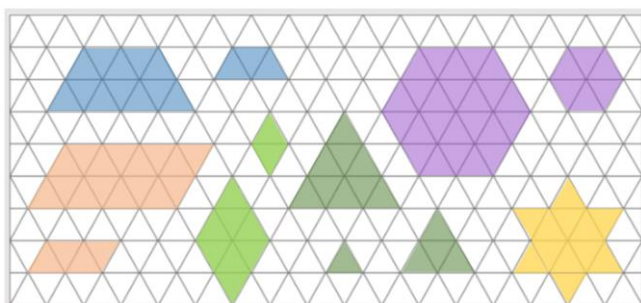
Quadriculado

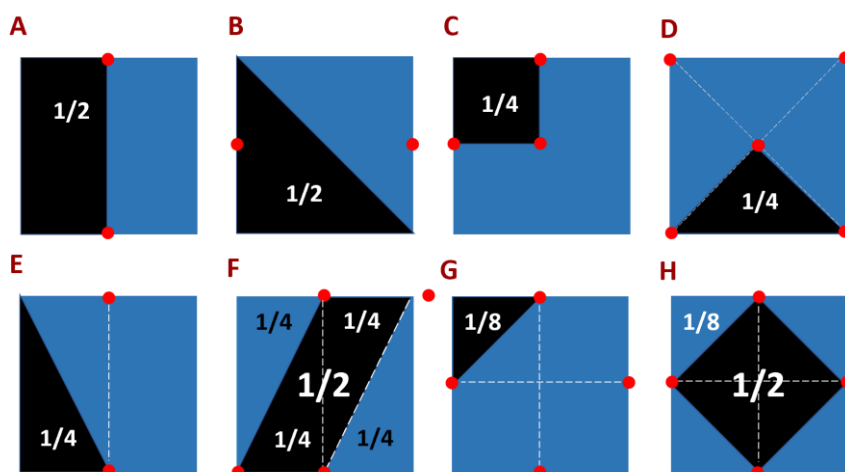
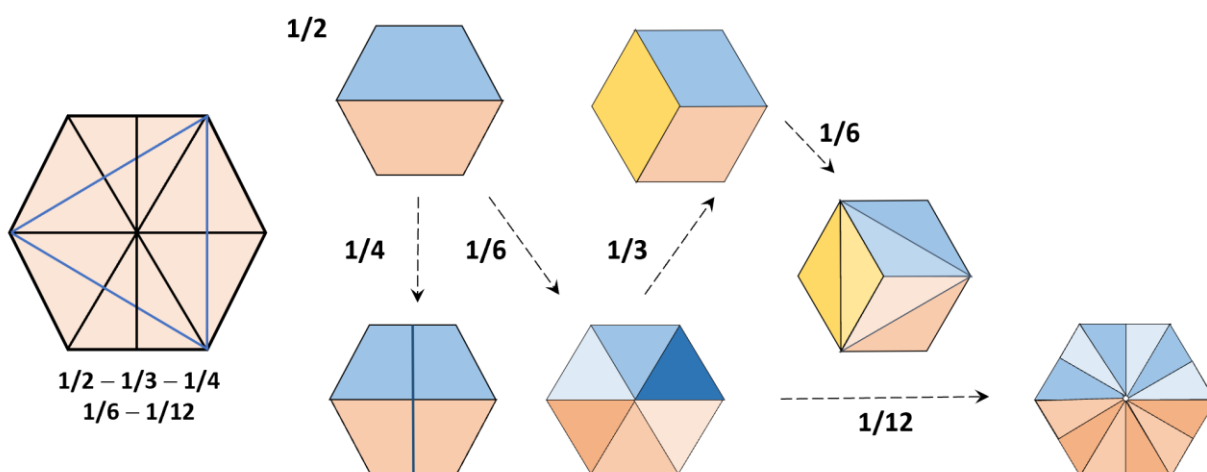
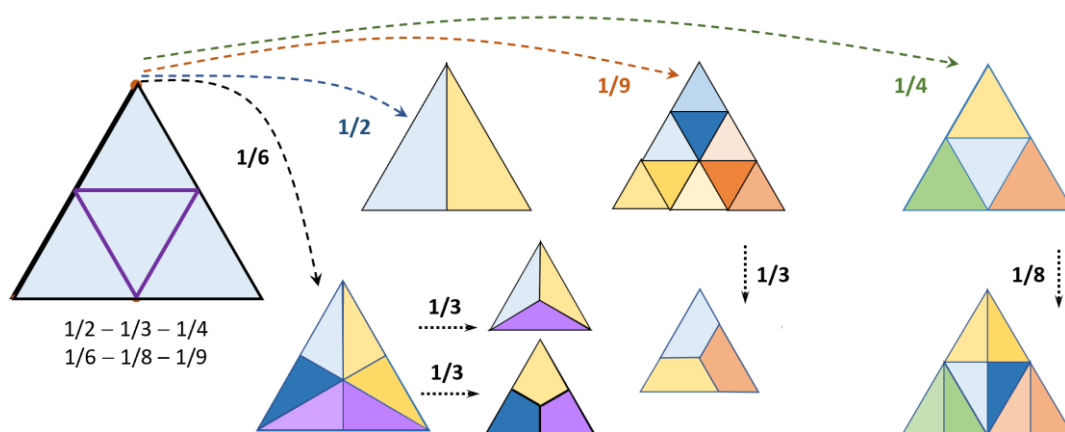


Triangulado

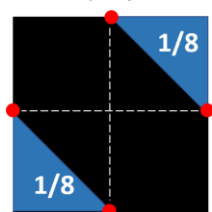


Decomposição de figuras

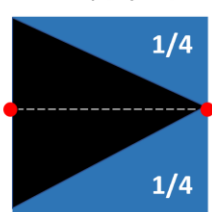




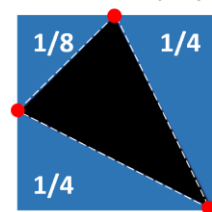
I $1 - 2 \cdot (1/8) = 3/4$



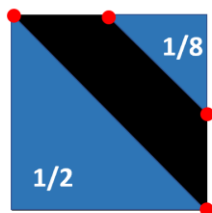
J $1 - 2 \cdot (1/4) = 1/2$



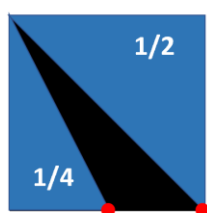
K $1 - [1/8 + 2 \cdot (1/4)]$



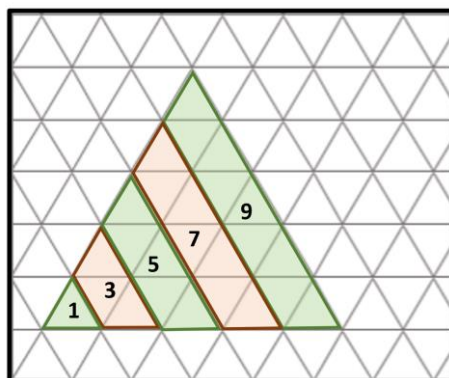
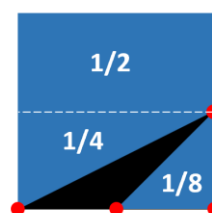
L $1/2 - 1/8 = 3/8$



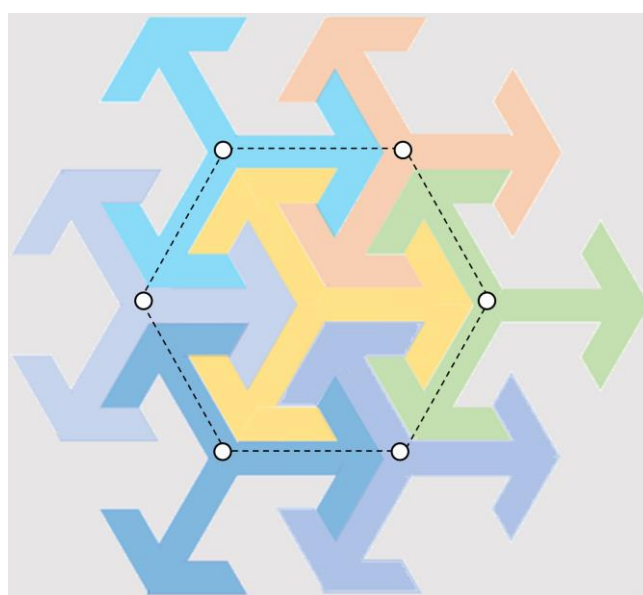
M $1 - (1/4 + 1/2)$



N $1/4 - 1/8 = 1/8$



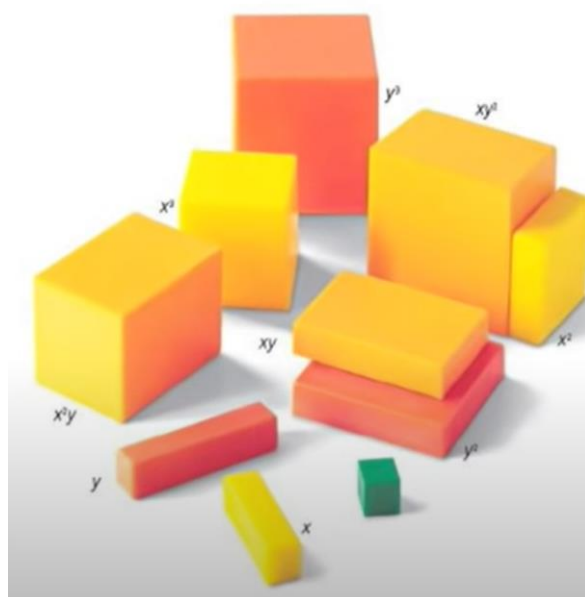
Porque a soma dos primeiros ímpares é o quadrado da quantidade de ímpares?



Qual a razão entre a área total das setas e a do hexágono indicado?

3.4. Algeblocks (blocos para álgebra...)

O *algebloks* e variantes são *manipuláveis* especialmente úteis para a exploração dos conceitos de álgebra – fatoração (produtos notáveis), equações..., através de peças *tridimensionais* como o 1, o x , o y , xy , yx , x^2 , y^2 , xy^2 , ..., x^3 e y^3 .



Veja dicas nos vídeos indicados:

https://www.youtube.com/watch?v=K_t3kOmX22Y

<https://www.youtube.com/watch?v=QxD6xS8qBAG>

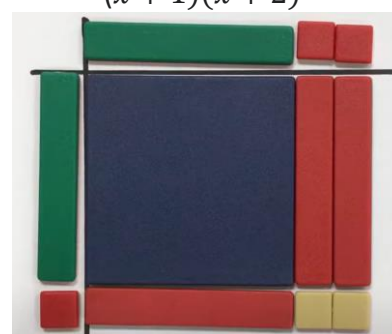
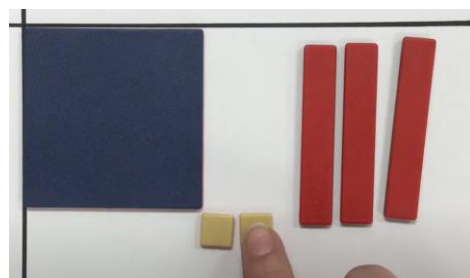
<https://www.youtube.com/watch?v=11UijrceDg>

Eis um exemplo: a fatoração de $x^2 + 3x + 2$!

1 peça x^2 , 3 peças x e
2 peças 1

Formação de
um retângulo...

Fatoração:
 $(x + 1)(x + 2)$



S

3.5. Escalada dos Primos (Dan Finkel)

Veja a palestra do TED em

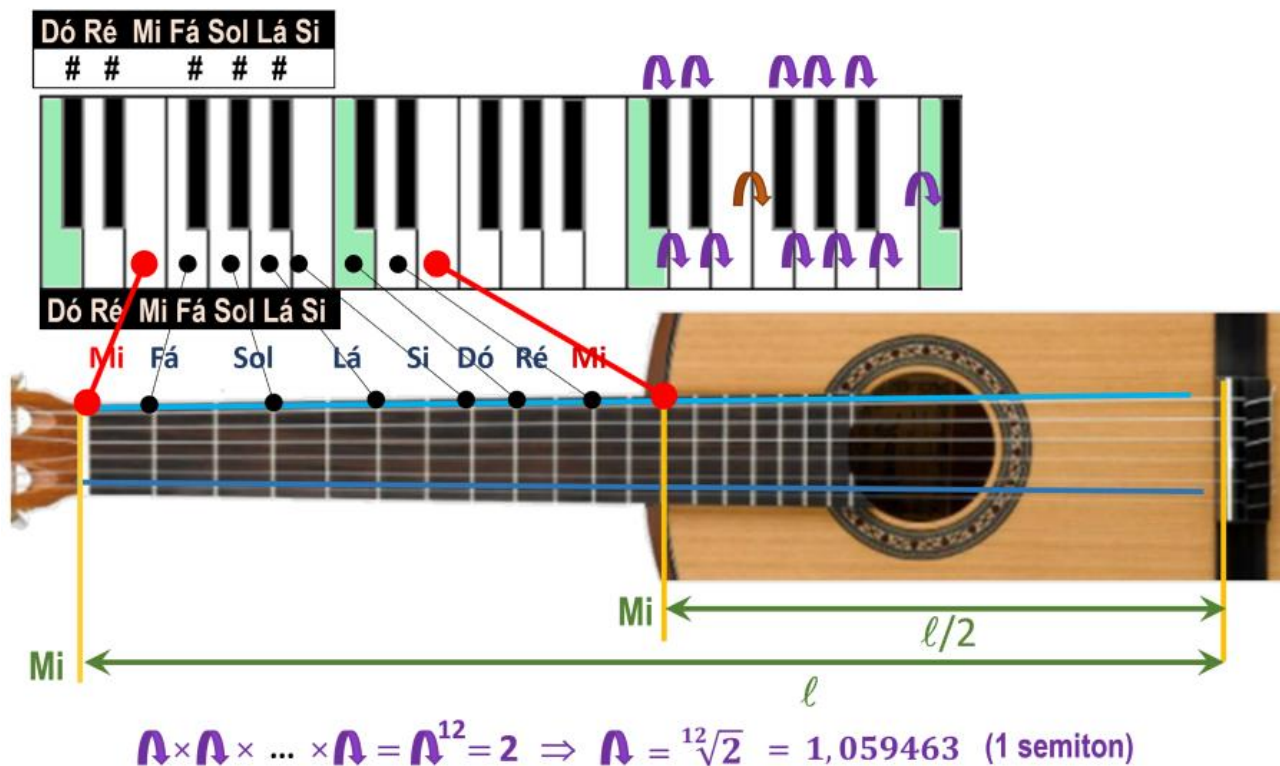
<https://amiealbrecht.com/2016/08/31/notice-and-wonder-the-prime-climb-hundreds-chart/>

O mapa a seguir, criado pelo *autor*, de extraordinária criatividade, permite abordar de forma lúdica e belíssima o conceito de divisor/múltiplo bem como a decomposição multiplicativa de um natural em números primos.

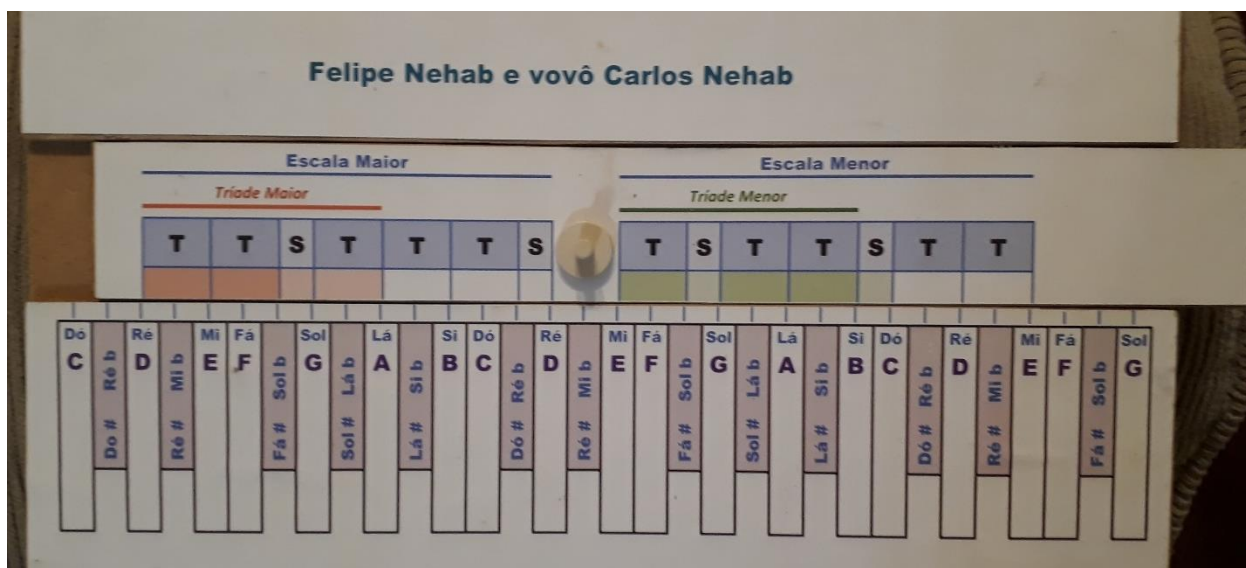


3.7. Artefatos para Escalas Musicais (Nehab)

A Escala Musical e os intervalos multiplicativos



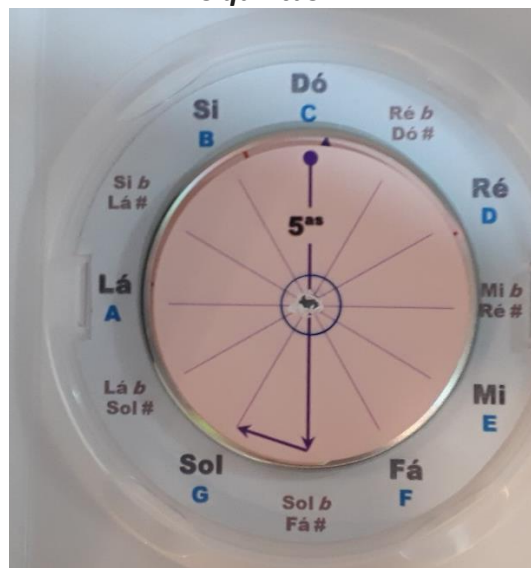
A Régua de Cálculo Musical e as Terças Maior e Menor



Régua Circular da Escala Musical



As quintas....



4. OBSERVAÇÃO FINAL

A abordagem dessa palestra, embora generalista, suscita o desejo de disponibilizar, com o enfoque aqui abordado, temas específicos e centrais para o desenvolvimento da cognição matemática, em especial, no ensino fundamental.

Assim, a partir de agosto, serão disponibilizadas na playlist do autor, vídeos temáticos com esse enfoque, no endereço <https://www.youtube.com/c/CarlosNehab/playlists>

ANEXO: A BNCC

Seguem-se as habilidades da BNCC do ensino fundamental para facilidade de consulta e referência. Se a tabela a seguir for copiada para uma planilha, o recurso de filtragem facilitará o acesso aos *anos* específicos e eixos temáticos.

Ano	Eixo	Habilidade
1º	Números	(EF01MA01) Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.
1º	Números	(EF01MA02) Contar de maneira exata ou aproximada, utilizando diferentes estratégias como o pareamento e outros agrupamentos.

Ano	Eixo	Habilidade
1º	Números	(EF01MA03) Estimar e comparar quantidades de objetos de dois conjuntos (em torno de 20 elementos), por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois) para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “tem a mesma quantidade”.
1º	Números	(EF01MA04) Contar a quantidade de objetos de coleções até 100 unidades e apresentar o resultado por registros verbais e simbólicos, em situações de seu interesse, como jogos, brincadeiras, materiais da sala de aula, entre outros.
1º	Números	(EF01MA05) Comparar números naturais de até duas ordens em situações cotidianas, com e sem suporte da reta numérica.
1º	Números	(EF01MA06) Construir fatos básicos da adição e utilizá-los em procedimentos de cálculo para resolver problemas.
1º	Números	(EF01MA07) Compor e decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo.
1º	Números	(EF01MA08) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.
1º	Álgebra	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
1º	Álgebra	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
1º	Geometria	(EF01MA11) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás.
1º	Geometria	(EF01MA12) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar-se o referencial.
1º	Geometria	(EF01MA13) Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico.
1º	Geometria	(EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.
1º	Grandezas e medidas	(EF01MA15) Comparar comprimentos, capacidades ou massas, utilizando termos como mais alto, mais baixo, mais comprido, mais curto, mais grosso, mais fino, mais largo, mais pesado, mais leve, cabe mais, cabe menos, entre outros, para ordenar objetos de uso cotidiano.
1º	Grandezas e medidas	(EF01MA16) Relatar em linguagem verbal ou não verbal sequência de acontecimentos relativos a um dia, utilizando, quando possível, os horários dos eventos.
1º	Grandezas e medidas	(EF01MA17) Reconhecer e relacionar períodos do dia, dias da semana e meses do ano, utilizando calendário, quando necessário.

Ano	Eixo	Habilidade
1º	Grandezas e medidas	(EF01MA18) Produzir a escrita de uma data, apresentando o dia, o mês e o ano, e indicar o dia da semana de uma data, consultando calendários.
1º	Grandezas e medidas	(EF01MA19) Reconhecer e relacionar valores de moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações simples do cotidiano do estudante.
1º	Probabilidade e estatística	(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
1º	Probabilidade e estatística	(EF01MA21) Ler dados expressos em tabelas e em gráficos de colunas simples.
1º	Probabilidade e estatística	(EF01MA22) Realizar pesquisa, envolvendo até duas variáveis categóricas de seu interesse e universo de até 30 elementos, e organizar dados por meio de representações pessoais.
2º	Números	(EF02MA01) Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero).
2º	Números	(EF02MA02) Fazer estimativas por meio de estratégias diversas a respeito da quantidade de objetos de coleções e registrar o resultado da contagem desses objetos (até 1000 unidades).
2º	Números	(EF02MA03) Comparar quantidades de objetos de dois conjuntos, por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois, entre outros), para indicar “tem mais”, “tem menos” ou “tem a mesma quantidade”, indicando, quando for o caso, quantos a mais e quantos a menos.
2º	Números	(EF02MA04) Compor e decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições.
2º	Números	(EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito.
2º	Números	(EF02MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais ou convencionais.
2º	Números	(EF02MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável.
2º	Números	(EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.
2º	Álgebra	(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
2º	Álgebra	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.
2º	Álgebra	(EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.

Ano	Eixo	Habilidade
2º	Geometria	(EF02MA12) Identificar e registrar, em linguagem verbal ou não verbal, a localização e os deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência, e indicar as mudanças de direção e de sentido.
2º	Geometria	(EF02MA13) Esboçar roteiros a ser seguidos ou plantas de ambientes familiares, assinalando entradas, saídas e alguns pontos de referência.
2º	Geometria	(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.
2º	Geometria	(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.
2º	Grandezas e medidas	(EF02MA16) Estimar, medir e comparar comprimentos de lados de salas (incluindo contorno) e de polígonos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas (metro, centímetro e milímetro) e instrumentos adequados.
2º	Grandezas e medidas	(EF02MA17) Estimar, medir e comparar capacidade e massa, utilizando estratégias pessoais e unidades de medida não padronizadas ou padronizadas (litro, mililitro, grama e quilograma).
2º	Grandezas e medidas	(EF02MA18) Indicar a duração de intervalos de tempo entre duas datas, como dias da semana e meses do ano, utilizando calendário, para planejamentos e organização de agenda.
2º	Grandezas e medidas	(EF02MA19) Medir a duração de um intervalo de tempo por meio de relógio digital e registrar o horário do início e do fim do intervalo.
2º	Grandezas e medidas	(EF02MA20) Estabelecer a equivalência de valores entre moedas e cédulas do sistema monetário brasileiro para resolver situações cotidianas.
2º	Probabilidade e estatística	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
2º	Probabilidade e estatística	(EF02MA22) Comparar informações de pesquisas apresentadas por meio de tabelas de dupla entrada e em gráficos de colunas simples ou barras, para melhor compreender aspectos da realidade próxima.
2º	Probabilidade e estatística	(EF02MA23) Realizar pesquisa em universo de até 30 elementos, escolhendo até três variáveis categóricas de seu interesse, organizando os dados coletados em listas, tabelas e gráficos de colunas simples.
3º	Números	(EF03MA01) Ler, escrever e comparar números naturais de até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre os registros numéricos e em língua materna.
3º	Números	(EF03MA02) Identificar características do sistema de numeração decimal, utilizando a composição e a decomposição de número natural de até quatro ordens.
3º	Números	(EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito.
3º	Números	(EF03MA04) Estabelecer a relação entre números naturais e pontos da reta numérica para utilizá-la na ordenação dos números naturais e também na construção de fatos da adição e da subtração, relacionando-os com deslocamentos para a direita ou para a esquerda.

Ano	Eixo	Habilidade
3º	Números	(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais.
3º	Números	(EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.
3º	Números	(EF03MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros.
3º	Números	(EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais.
3º	Números	(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.
3º	Álgebra	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
3º	Álgebra	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
3º	Geometria	(EF03MA12) Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência.
3º	Geometria	(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras.
3º	Geometria	(EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.
3º	Geometria	(EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.
3º	Geometria	(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.
3º	Grandezas e medidas	(EF03MA17) Reconhecer que o resultado de uma medida depende da unidade de medida utilizada.
3º	Grandezas e medidas	(EF03MA18) Escolher a unidade de medida e o instrumento mais apropriado para medições de comprimento, tempo e capacidade.
3º	Grandezas e medidas	(EF03MA19) Estimar, medir e comparar comprimentos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (metro, centímetro e milímetro) e diversos instrumentos de medida.

Ano	Eixo	Habilidade
3º	Grandezas e medidas	(EF03MA20) Estimar e medir capacidade e massa, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (litro, mililitro, quilograma, grama e miligrama), reconhecendo-as em leitura de rótulos e embalagens, entre outros.
3º	Grandezas e medidas	(EF03MA21) Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos.
3º	Grandezas e medidas	(EF03MA22) Ler e registrar medidas e intervalos de tempo, utilizando relógios (analógico e digital) para informar os horários de início e término de realização de uma atividade e sua duração.
3º	Grandezas e medidas	(EF03MA23) Ler horas em relógios digitais e em relógios analógicos e reconhecer a relação entre hora e minutos e entre minuto e segundos.
3º	Grandezas e medidas	(EF03MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam a comparação e a equivalência de valores monetários do sistema brasileiro em situações de compra, venda e troca.
3º	Probabilidade e estatística	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
3º	Probabilidade e estatística	(EF03MA26) Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas.
3º	Probabilidade e estatística	(EF03MA27) Ler, interpretar e comparar dados apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas, envolvendo resultados de pesquisas significativas, utilizando termos como maior e menor frequência, apropriando-se desse tipo de linguagem para compreender aspectos da realidade sociocultural significativos.
3º	Probabilidade e estatística	(EF03MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas em um universo de até 50 elementos, organizar os dados coletados utilizando listas, tabelas simples ou de dupla entrada e representá-los em gráficos de colunas simples, com e sem uso de tecnologias digitais.
4º	Números	(EF04MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar.
4º	Números	(EF04MA02) Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo.
4º	Números	(EF04MA03) Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado.
4º	Números	(EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo.
4º	Números	(EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.
4º	Números	(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Ano	Eixo	Habilidade
4º	Números	(EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
4º	Números	(EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.
4º	Números	(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
4º	Números	(EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro.
4º	Álgebra	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
4º	Álgebra	(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.
4º	Álgebra	(EF04MA13) Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.
4º	Álgebra	(EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos.
4º	Álgebra	(EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
4º	Geometria	(EF04MA16) Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares.
4º	Geometria	(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.
4º	Geometria	(EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria.
4º	Geometria	(EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.
4º	Grandezas e medidas	(EF04MA20) Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local.

Ano	Eixo	Habilidade
4º	Grandezas e medidas	(EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.
4º	Grandezas e medidas	(EF04MA22) Ler e registrar medidas e intervalos de tempo em horas, minutos e segundos em situações relacionadas ao seu cotidiano, como informar os horários de início e término de realização de uma tarefa e sua duração.
4º	Grandezas e medidas	(EF04MA23) Reconhecer temperatura como grandeza e o grau Celsius como unidade de medida a ela associada e utilizá-lo em comparações de temperaturas em diferentes regiões do Brasil ou no exterior ou, ainda, em discussões que envolvam problemas relacionados ao aquecimento global.
4º	Grandezas e medidas	(EF04MA24) Registrar as temperaturas máxima e mínima diárias, em locais do seu cotidiano, e elaborar gráficos de colunas com as variações diárias da temperatura, utilizando, inclusive, planilhas eletrônicas.
4º	Grandezas e medidas	(EF04MA25) Resolver e elaborar problemas que envolvam situações de compra e venda e formas de pagamento, utilizando termos como troco e desconto, enfatizando o consumo ético, consciente e responsável.
4º	Probabilidade e estatística	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
4º	Probabilidade e estatística	(EF04MA27) Analisar dados apresentados em tabelas simples ou de dupla entrada e em gráficos de colunas ou pictóricos, com base em informações das diferentes áreas do conhecimento, e produzir texto com a síntese de sua análise.
4º	Probabilidade e estatística	(EF04MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas e organizar dados coletados por meio de tabelas e gráficos de colunas simples ou agrupadas, com e sem uso de tecnologias digitais.
5º	Números	(EF05MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal.
5º	Números	(EF05MA02) Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.
5º	Números	(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.
5º	Números	(EF05MA04) Identificar frações equivalentes.
5º	Números	(EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.
5º	Números	(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Ano	Eixo	Habilidade
5º	Números	(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
5º	Números	(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
5º	Números	(EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.
5º	Álgebra	(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.
5º	Álgebra	(EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
5º	Álgebra	(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.
5º	Álgebra	(EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.
5º	Geometria	(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas.
5º	Geometria	(EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.
5º	Geometria	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
5º	Geometria	(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
5º	Geometria	(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
5º	Grandezas e medidas	(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.

Ano	Eixo	Habilidade
5°	Grandezas e medidas	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.
5°	Grandezas e medidas	(EF05MA21) Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.
5°	Probabilidade e estatística	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
5°	Probabilidade e estatística	(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).
5°	Probabilidade e estatística	(EF05MA24) Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões.
5°	Probabilidade e estatística	(EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.
6°	Números	(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.
6°	Números	(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
6°	Números	(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
6°	Números	(EF06MA04) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).
6°	Números	(EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.
6°	Números	(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.
6°	Números	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
6°	Números	(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

Ano	Eixo	Habilidade
6°	Números	(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.
6°	Números	(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.
6°	Números	(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.
6°	Números	(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.
6°	Números	(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
6°	Álgebra	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
6°	Álgebra	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
6°	Geometria	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1° quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
6°	Geometria	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
6°	Geometria	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.
6°	Geometria	(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
6°	Geometria	(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
6°	Geometria	(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
6°	Geometria	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
6°	Geometria	(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Ano	Eixo	Habilidade
6º	Grandezas e medidas	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
6º	Grandezas e medidas	(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.
6º	Grandezas e medidas	(EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.
6º	Grandezas e medidas	(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.
6º	Grandezas e medidas	(EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.
6º	Grandezas e medidas	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
6º	Probabilidade e estatística	(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
6º	Probabilidade e estatística	(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico.
6º	Probabilidade e estatística	(EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.
6º	Probabilidade e estatística	(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.
6º	Probabilidade e estatística	(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).
7º	Números	(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.
7º	Números	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
7º	Números	(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.
7º	Números	(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Ano	Eixo	Habilidade
7º	Números	(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.
7º	Números	(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura, podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.
7º	Números	(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.
7º	Números	(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.
7º	Números	(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
7º	Números	(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.
7º	Números	(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.
7º	Números	(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.
7º	Álgebra	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
7º	Álgebra	(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.
7º	Álgebra	(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
7º	Álgebra	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
7º	Álgebra	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
7º	Álgebra	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.
7º	Geometria	(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.
7º	Geometria	(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
7º	Geometria	(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Ano	Eixo	Habilidade
7º	Geometria	(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
7º	Geometria	(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.
7º	Geometria	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .
7º	Geometria	(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.
7º	Geometria	(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
7º	Geometria	(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.
7º	Geometria	(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.
7º	Grandezas e medidas	(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.
7º	Grandezas e medidas	(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).
7º	Grandezas e medidas	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
7º	Grandezas e medidas	(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
7º	Grandezas e medidas	(EF07MA33) Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.
7º	Probabilidade e estatística	(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
7º	Probabilidade e estatística	(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
7º	Probabilidade e estatística	(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.

Ano	Eixo	Habilidade
7º	Probabilidade e estatística	(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.
8º	Números	(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.
8º	Números	(EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.
8º	Números	(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.
8º	Números	(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.
8º	Números	(EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.
8º	Álgebra	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
8º	Álgebra	(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
8º	Álgebra	(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
8º	Álgebra	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
8º	Álgebra	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
8º	Álgebra	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
8º	Álgebra	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
8º	Álgebra	(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.
8º	Geometria	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
8º	Geometria	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
8º	Geometria	(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
8º	Geometria	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

Ano	Eixo	Habilidade
8º	Geometria	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.
8º	Grandezas e medidas	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
8º	Grandezas e medidas	(EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes.
8º	Grandezas e medidas	(EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.
8º	Probabilidade e estatística	(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
8º	Probabilidade e estatística	(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.
8º	Probabilidade e estatística	(EF08MA24) Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.
8º	Probabilidade e estatística	(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.
8º	Probabilidade e estatística	(EF08MA26) Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada).
8º	Probabilidade e estatística	(EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.
9º	Números	(EF09MA01) Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade).
9º	Números	(EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.
9º	Números	(EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.
9º	Números	(EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.

Ano	Eixo	Habilidade
9º	Números	(EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.
9º	Álgebra	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
9º	Álgebra	(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.
9º	Álgebra	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
9º	Álgebra	(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.
9º	Geometria	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
9º	Geometria	(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.
9º	Geometria	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
9º	Geometria	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.
9º	Geometria	(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
9º	Geometria	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.
9º	Geometria	(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
9º	Geometria	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.
9º	Grandezas e medidas	(EF09MA18) Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.

Ano	Eixo	Habilidade
9º	Grandezas e medidas	(EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.
9º	Probabilidade e estatística	(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.
9º	Probabilidade e estatística	(EF09MA21) Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.
9º	Probabilidade e estatística	(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.
9º	Probabilidade e estatística	(EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.